UNIVERSIDAD DE CUENCA

FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
CARRERA DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA

"RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LA ETAPA DE APLICACIÓN Y LA PRODUCCIÓN DE APRENDIZAJES SIGNIFICATIVOS EN EGB"

Trabajo de titulación previo a la obtención del
título de Licenciado en Educación General Básica

Autor:

Willian Armando Sumba Palaguachi

Directora:

Master María Gabriela Aguilar Feijoó

Cuenca-Ecuador

2015

RESUMEN

La presente investigación pretende demostrar la importancia de la resolución de problemas en la etapa de aplicación para producir aprendizajes matemáticos significativos. Esta investigación se ubica dentro de la didáctica de la matemática. A partir de un estudio bibliográfico sobre el enfoque constructivista, la Actualización y Fortalecimiento Curricular del área de matemáticas y los modelos de resolución de problemas, se pretende responder a las siguientes preguntas: ¿Qué es aprendizaje significativo? ¿Cómo lograr en la etapa de aplicación aprendizajes matemáticos significativos? ¿Cuáles son los lineamientos para la resolución de problemas según la Actualización y Fortalecimiento Curricular para crear aprendizajes significativos en matemáticas? y ¿Cuál es el proceso de resolución de problemas matemáticos para la etapa de aplicación?

La investigación muestra que la resolución de problemas es importante en el proceso de aprendizaje ya que permite trabajar los conocimientos previos, conceptos, algoritmos y destrezas en situaciones cotidianas, fomentando actitudes favorables para la producción de aprendizajes significativos. Por otra parte, se advierte coherencia con los lineamentos propuestos para la resolución de problemas en la Actualización y Fortalecimiento Curricular del área de matemáticas, ya que se evidencia la necesidad de poner en práctica los conocimientos adquiridos en la resolución de problemas. Los modelos de resolución de problemas como el de Polya, Miguel de Guzmán, De Corte y Verschaffel, etc. permiten poner en juego conocimientos previos, conceptos, destrezas, algoritmos en la solución de problemas, mostrando de esta manera la relevancia que tiene la resolución de problemas en el aprendizaje de la matemática.

Palabras clave: aprendizaje significativo, actualización y fortalecimiento curricular, resolución de problemas matemáticos, modelos de resolución de problemas.

ABSTRACT

This research Project pretends to demonstrate the importance of problem solving on the application stage to produce a significant mathematical learning. This investigation is focused on the mathematics instruction. Starting with a bibliographic study about the constructivist approach, the curricular update and enforcement, and the models of problem solving, we pretend to answer the following questions; what is significant learning? How to get to the application stage of significant mathematical learning? Which are the guidelines for problem solving according to the curricular update and enforcement to create a significant learning on mathematics? And what is the process of mathematics problem solving on the application stage?

Research shows that problem solving is important in the learning process since it let us work on previous knowledge, concepts, algorithms, and everyday situations skills, promoting favorable attitudes for the production of a significant learning. On the other hand, coherence is observed in the proposed guidelines for problem solving and the Mathematics Curricular Update and Enforcement, since the needs of using the acquired knowledge on problem solving is observed. Solving problem models like Polya, Miguel de Guzmán, De Corte and Verschaffel, etc. let to use previous knowledge, concepts, skills, problem solving algorithms, displaying the relevance problem solving has on mathematics learning.

Key Words: significant learning, curricular update and enforcement, mathematics problems solving, solving problem models.

ÍNDICE

RESUMEN 2
ABSTRACT 3
ÍNDICE 4
CLÁUSULAS DE DERECHOS DE AUTOR 6
CLÁUSULAS DE PROPIEDAD INTELECTUAL 7
DEDICATORIA 8
AGRADECIMIENTOS 9
INTRODUCCIÓN 10
CAPITULO 1 12
EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN EL PROCESO EDUCATIVO 12
1.1. Aprendizaje significativo 12
1.2. Condiciones del aprendizaje significativo 14
1.3. Ciclo del aprendizaje 17
1.4. Aprendizaje significativo en matemáticas 20
CAPÍTULO 2 24
LA ACTUALIZACIÓN Y FORTALECIMIENTO CURRICULAR (2010) Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS. 24
2.1. Importancia de enseñar y aprender matemática. 24
2.2. Perfil de salida del área 26
2.3. Objetivos educativos del área 27
2.4. Objetivos educativos, destrezas e indicadores de evaluación del año 28
2.5. Precisiones para la enseñanza y aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos. 38
CAPÍTULO 3 42
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 42
3.1. Conceptualización: "Problema" y "resolución de problemas" 42
3.2. Clasificación de los problemas contextualizados 46
3.3. Factores que intervienen en el proceso de resolución de problemas matemáticos. 47
3.3.1. El conocimiento base 47
3.3.2. Las estrategias de resolución de problemas 48

3.3.3. Los aspectos metacognitivos 48
3.3.4. Los sistemas de creencias 48
3.3.5. La comunidad de la práctica 49
3.4. Modelos de resolución de problemas 49
3.4.1. Método de Polya 50
3.4.2. Modelo de Schoenfeld 51
3.4.3. Modelo de Miguel de Guzmán 53
3.4.4. Modelo PISA 54
3.4.5. Modelo de De Corte y Verschaffel 56
CONCLUSIONES 58
BIBLIOGRAFÍA 60

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Objetivos, destrezas e indicadores de evaluación en relación a la resolución de problemas de segundo a cuarto de E.G.B. 28

Tabla 2: Objetivos, destrezas e indicadores de evaluación en relación a la resolución de problemas de quinto a séptimo de E.G.B. 30

Tabla 3: Objetivos, destrezas e indicadores de evaluación en relación a la resolución de problemas de octavo a décimo de E.G.B. 33

CLÁUSULAS DE DERECHOS DE AUTOR

Universidad de Cuenca
Clausula de derechos de autor

Sumba Palaguachi Willian Armando, autor de la tesis "Resolución de problemas matemáticos en la etapa de aplicación y la producción de aprendizajes significativos en EGB", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de LICENCIADO EN EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, Diciembre del 2015

Sumba Palaguachi Willian Armando

C.I: 0302182464

CLÁUSULAS DE PROPIEDAD INTELECTUAL

Universidad de Cuenca
Clausula de propiedad intelectual

Sumba Palaguachi Willian Armando, autor de la tesis "Resolución de problemas matemáticos en la etapa de aplicación y la producción de aprendizajes significativos en EGB", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, Diciembre del 2015

Sumba Palaguachi Willian Armando

C.I: 0302182464

DEDICATORIA

Este trabajo está dedicado a mi madrastra Teresa Cordero y a mi padre Víctor Sumba que siempre han estado apoyándome para seguir adelante en mis objetivos, y que a pesar de mis resbalones han sabido animarme para no abandonar mis metas.

A mi madre, que a pesar que nunca ha estado conmigo, hoy gracias a ella puedo cumplir mis sueños.

Sumba Willian

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad de Cuenca, a la Facultad de Filosofía y de forma especial a la Carrera de Educación General Básica, que colaboraron con la formación integral como profesional. También quiero agradecer a todos los docentes que nos brindaron una educación centrada en los valores y la perseverancia. Así también quiero brindarle mis más sinceros agradecimientos a la Master Gabriela Aguilar, directora de esta monografía, quien supo acompañarme y brindarme ayuda con sus conocimientos y consejos en el trayecto de este trabajo. Finalmente, quiero agradecer a todos mis familiares que siempre estuvieron manifestándose con su apoyo para que pueda cumplir mis objetivos.

INTRODUCCIÓN

La sociedad en la que nos desenvolvemos necesita de individuos competentes, capaces de resolver situaciones de la vida cotidiana con eficacia y eficiencia. Es así, que la educación actual se enfoca en el desarrollo de destrezas y habilidades necesarias para ser puestas en práctica por los sujetos en el contexto que les rodea. Esta necesidad se confirma en la enseñanza de la matemática ya que dentro del currículo ecuatoriano se mira el desarrollo del pensamiento lógico y crítico como un eje de aprendizaje que debe permitir "*interpretar y resolver problemas de la vida cotidiana*". Es así que lo que se aprende en la escuela debe acercarse a la realidad del niño.

A pesar de este planteamiento propuesto por la Actualización y Fortalecimiento Curricular (2010), la enseñanza tradicional de las matemáticas sigue arraigada en las instituciones educativas, situación que se evidencia en el aula de clases a través de las planificaciones que realizan los docentes. Esto se manifiesta con mayor énfasis en la etapa de aplicación dentro del ciclo de aprendizaje, ya que se realizan actividades que involucran la repetitividad de ejercicios, memorización de conceptos, ejercicios descontextualizados con la vida real y en general, la aplicación de las matemáticas basadas únicamente en la utilización de lápiz y el papel. En consecuencia, se evita la producción de aprendizajes significativos. De esta forma se deja de un lado el propósito esencial de aprender matemáticas para resolver problemas de la vida cotidiana. Por esta razón se ve la necesidad de demostrar bibliográficamente como objetivo principal la importancia de la resolución de problemas en la etapa de aplicación como una estrategia para producir aprendizajes matemáticos significativos.

Por lo antes expuesto, se han planteado los siguientes objetivos

- Determinar las condiciones del aprendizaje significativo y las características de la etapa de aplicación dentro del ciclo de aprendizaje.
- Identificar los lineamientos descritos en Actualización y Fortalecimiento Curricular para la Resolución de Problemas de matemáticas en E.G.B.

- Determinar el proceso de la Resolución de Problemas en el área de matemáticas enfocados en la producción de Aprendizajes Significativos.

Para realizar este trabajo monográfico se tomó concepciones constructivistas sobre el aprendizaje significativo con su principal representante David Ausubel así como las interpretaciones de Cesar Coll. Además se consideraron los lineamientos de la Actualización y Fortalecimiento Curricular en relación al planteamiento de problemas matemáticos, así como se ha seleccionado procesos de resolución de problema planteados por Polya, Schoenfeld, Miguel de Guzmán, PISA y de De Corte y Verschaffel.

En el capítulo I se conceptualiza el aprendizaje significativo y se trata las condiciones necesarias que hay que tener presente en el proceso de enseñanza - aprendizaje para lograr aprendizajes significativos. También se desarrolla el ciclo del aprendizaje de Kolb para identificar el papel que cumple cada fase en la planificación del proceso de enseñanza para de esta manera ubicar y comprender la etapa de aplicación como un espacio para la puesta en práctica de los conocimientos adquiridos a través de la resolución de problemas dentro del área de matemáticas.

En el capítulo II se analiza el papel que cumple la resolución de problemas matemáticos en la Actualización y Fortalecimiento Curricular (2010) a lo largo de los diez años de educación general básica. Para ello se examina la importancia de enseñar y aprender matemáticas, los objetivos, destrezas e indicadores de evaluación así como las precisiones para la enseñanza – aprendizaje, con el fin de comprender el papel que tiene la resolución de problemas dentro de nuestro referente curricular.

Para finalizar, en el capítulo III se parte desde la comprensión de problema y resolución de problemas matemáticos, clasificación de problemas contextualizados, y los factores que intervienen en su proceso de resolución. Por último, se plantean modelos matemáticos para el proceso de resolución de problemas.

.

CAPITULO 1

EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN EL PROCESO EDUCATIVO

Hoy en día, la Actualización y Fortalecimiento de la Reforma Curricular (2010) asume una visión crítica y constructivista de la pedagogía. Mediante esta perspectiva, el proceso educativo debe darse esencialmente por medio de actividades que generen aprendizajes significativos para el educando, incrementando su protagonismo en la construcción de su propio conocimiento (Ministerio de Educación, 2010: 14).

Es por ello, que en el presente capítulo se hablará del concepto de aprendizaje significativo como objetivo esencial dentro del ámbito educativo y de las condiciones necesarias que debe tomar en cuenta el docente para lograr esta meta. Así mismo, el quehacer del educando dentro del proceso de enseñanza aprendizaje debe enfocarse a resolver situaciones de la vida cotidiana, esto nos lleva de forma inevitable a centrarnos también en el ciclo del aprendizaje, haciendo énfasis en las características que debe tener la etapa de aplicación para el diseño de actividades contextualizadas y significativas.

1.1. Aprendizaje significativo

El concepto de aprendizaje significativo surge con Ausubel (1963) quien lo utilizó para definir lo opuesto al aprendizaje repetitivo. Para este autor "construimos significados cada vez que somos capaces de establecer relaciones << sustantivas y no arbitrarias >> entre lo que aprendemos y lo que ya conocemos" (citado por Coll, 1988: 135). Como podemos ver, dentro del proceso de enseñanza aprendizaje los conocimientos previos y el conocimiento nuevo cumplen un papel importante, puesto que serán el punto de partida para generar aprendizajes significativos.

Para Moreira (1997), las relaciones << no arbitrarias y sustantivas >> significan:

No arbitrariedad quiere decir que la relación no es con cualquier aspecto de la estructura cognitiva sino con conocimientos específicamente relevantes a los que Ausubel llama subsumidores. El conocimiento previo sirve de matriz "ideacional" y organizativa para la incorporación, comprensión y fijación de nuevos conocimientos cuando estos se "anclan" en conocimientos específicamente relevantes (subsumidores) preexistentes en la estructura cognitiva. (p. 2)

Sustantividad significa que lo que se incorpora en la estructura cognitiva es la sustancia del nuevo conocimiento, de las nuevas ideas, no las palabras precisas usadas para expresarlas. (Ibídem. 2)

De la misma forma, Sureda y Otero (2010) señalan que el aprendizaje significativo hace referencia a la interacción existente entre un conocimiento nuevo con algún aspecto relevante, ya existente en su estructura cognitiva (p. 37). De acuerdo a esto, la estructura cognitiva adquiere modificaciones que permiten seguir almacenando nuevos conocimientos dándole un significado a lo que aprende.

De hecho, un estudiante puede aprender un determinado conocimiento sin darle significado alguno. Esto sucede, "(…) cuando lo aprende de una forma memorística y es capaz de repetirlos o de utilizarlos mecánicamente sin entender en absoluto lo que está diciendo o lo que está haciendo" (Coll, 1988:134).

Como se puede ver según lo anunciado, el aprendizaje memorístico de contenidos y el aprendizaje significativo son opuestos en el proceso de enseñanza. El primero carece de sentido en la vida diaria del educando debido a que no muestra su aplicabilidad en el contexto, mientras que el aprendizaje significativo conecta con lo que ya sabe, construyendo un nuevo conocimiento con sentido.

En síntesis, para llegar a la construcción de aprendizaje significativos hay que tener presente tres condiciones esenciales dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje. La primera condición está relacionada con el nuevo conocimiento que se va a aprender, la segunda con los conocimientos previos y la tercera con la actitud del educando.

1.2. Condiciones del aprendizaje significativo

Sureda y Otero (2010) mencionan que para se logren aprendizajes significativos, es necesario que se cumplan tres condiciones, las cuales desarrollaremos a continuación:

a) Significatividad lógica del material

Esta condición tiene dos aspectos que deben cumplirse. El primero, que el material debe poseer una organización estructural interna idónea para dar paso a la construcción de significados. Y el segundo, centrado en la secuencia lógica y ordenada con el que el docente organiza el conocimiento. Aquí la importancia recae tanto en el material que se va a utilizar para trabajar, así como en la forma en que es expuesta a los estudiantes (Sureda & Otero, 2010: 37).

Para Coll (1988) la falta de significatividad lógica está relacionada con la dificultad que los estudiantes puedan tener al enfrentarse a conocimientos con deficiente estructura de aprendizaje, carentes de una organización lógica interna, lo que quiere decir para Ausubel que el material de aprendizaje no es potencialmente significativo (p. 135).

b) Significatividad psicológica del material

Corresponde a la comprensibilidad de los contenidos con respecto al estudiante. Es aquí donde la nueva información ingresa a la estructura cognitiva del educando, para hacer uso de sus ideas *inclusoras.* Si esto no llegara a lograrse la información se guarda únicamente de manera memorista hasta lograr un objetivo determinado tal como; rendir un examen, una prueba o una lección para finalmente ser olvidada (Sureda & Otero, 2010:38).

En relación a esta condición Coll (1988) señala que el nuevo conocimiento es necesario “que pueda asimilarlo, que pueda insértalo en las redes de significados ya construidas en el transcurso de sus experiencias previas de aprendizaje; en otros términos, es necesario que el contenido sea potencialmente significativo desde el punto de vista psicológico” (p. 136).

c) Actitud favorable del alumno

Díaz y Hernández menciona en su texto “Estrategias docentes para un aprendizaje significativo”[1] menciona que “las Actitudes “son experiencias subjetivas (cognitivo – afectivas) que implican juicios evaluativos, que se expresan en forma verbal o no verbal, que son relativamente estables y que se aprenden en el contexto social” (citado por Chaves, Castillo, & Gamboa, 2008: 36). De acuerdo a lo señalado dentro del aula de clases la predisposición hacia el aprendizaje se torna variable en los estudiantes, y está relacionado con la actitud individual que se centra en el deseo por aprender.

Para Otero y Sureda esto significa que “aunque además de querer aprender, también es necesario que pueda aprender (significación lógica y psicológica del material). Sin embargo, no puede haber aprendizaje significativo si el alumno no quiere aprender” (2010: 38). Según lo dicho anteriormente, es necesario que el docente busque la forma de lograr que el educando se introduzca y sea parte activa del proceso de enseñanza.

La actitud favorable corresponde a la intencionalidad que tenga el estudiante para conectar el nuevo aprendizaje con los conocimientos previos. Por lo tanto, cuando la intencionalidad es alta, el estudiante logrará efectuar distintas relaciones, comparaciones, semejanzas, etc. entre lo nuevo y lo que ya conoce; por el contrario cuando la intencionalidad es pobre el alumno se

[1] Díaz, F., & Hernández, G. Estrategia docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista. (M. G. Hill, Ed.), (recuperado el 28 de abril del 2014).

enfocará con más probabilidad a aprender de una forma mecánica y memorística (Coll, 1988: 36).

Con respecto a la intencionalidad escasa o elevada Coll señala que:

> El que el alumno se sitúe en uno o en otro lugar del continuo que delimitan estos dos extremos va a depender, en definitiva, de su motivación para aprender significativamente y de la habilidad del profesor para despertar e incrementar esta motivación. La intervención del profesor en este sentido es un factor determinante, pues la memorización mecánica y repetitiva de lo aprendido suele aparecer en principio como un procedimiento mucho más cómodo y económico en tiempo y energía para el alumno que la construcción de significados mediante la búsqueda y el establecimiento de relaciones sustantivas entre lo nuevo y lo que ya conoce. (1988:136)

De tal modo, la intervención del maestro cumple un papel importante, es decir, que su meta protagónica también debe estar enfocada a realzar el estado de ánimo de estudiante, y que de esta manera se sienta involucrado en las actividades de enseñanza-aprendizaje. La observación continua en el proceso educativo centrada en los estudiantes ayuda de forma positiva a detectar el nivel de motivación en el aula.

Queda claro que para lograr la construcción de aprendizajes significativos no se requiere simplemente de una acción realizada al azar, sino que conlleva a tener presentes aspectos debidamente estructurados y organizados a través de una planificación previa de clases.

Con la finalidad de lograr aprendizajes significativos, la planificación de clases a través del ciclo del aprendizaje le permite al docente trabajar con las condiciones anteriormente señaladas, partiendo de las ideas y experiencias previas de los educandos, explotando las riquezas individuales para la construcción del conocimiento, y posteriormente aplicando lo aprendido a nuevas situaciones que se le presenten en la vida diaria.

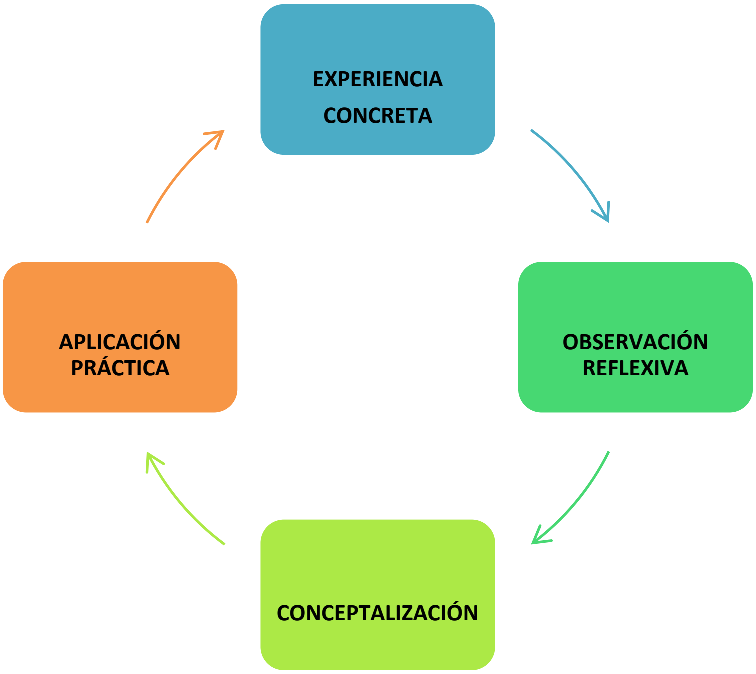
1.3. Ciclo del aprendizaje

Para generar conocimientos significativos en los estudiantes se debe llevar a cabo una organización clara y coherente de la estructura de una clase, teniendo presente la integralidad del educando y las exigencias de las políticas educativas. Es por ello que la planificación es un momento esencial dentro del proceso pedagógico del aula (Ministerio de Educación, 2013: 5). Entonces, los resultados que se obtengan dependerán también de la eficiencia de las planificaciones realizadas por los docentes.

Así pues, la planificación es una herramienta que conduce los procesos de aprendizaje para lograr los objetivos educativos, además ayuda a la reflexión y la toma de decisiones sobre las necesidades y los procesos metodológicos, con el fin de satisfacer la diversidad de los educandos. Es aquí, donde se elabora el ambiente de aprendizaje permitiendo a los docentes diseñar situaciones contextualizadas que permitan generar conexiones espontáneas entre el sujeto y el conocimiento (Ibídem. 5).

Muchas veces cuando se piensa planificar una clase es común pasar inmediatamente a considerar el conocimiento (¿El Qué?), no se da importancia al ¿Por qué? y ¿Cómo? enseñarlo (León, 2014: 40). De esta forma errónea se aíslan los conocimientos y experiencias previas que se debe tener presente y que son necesarias para lograr aprendizajes significativos.

Por consiguiente, el ciclo de aprendizaje experiencial de David Kolb (1984) "sirve como una estructura que facilita la planificación de clases dinámicas que ayudan a los alumnos a comprender lo que estudian e integrarlos en su forma de pensar y actuar" (Ibídem. 40). A continuación se presenta los procesos y actividades que corresponden a las fases del ciclo de aprendizaje de Kolb:



Fuente: Hernández, 1999: 161

- **Experiencia Concreta**

El aprendizaje debe empezar desde el contexto del sujeto que aprende, ya sea este personal, social o académico, partiendo desde las ideas previas, conocimientos y situaciones vividas. La importancia de empezar el aprendizaje partiendo desde el contexto del aprendiz permite darle significatividad e interés a lo que se va aprender (Yaniz, 2006: 29). En efecto, como se puede ver, esta primera fase va de la mano con las condiciones que señalaba Ausubel para lograr aprendizajes significativos, que es, partir desde los esquemas previos integrados en los estudiantes para que se sientan involucrados en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

- **Observación Reflexiva**

La reflexión se hace sobre los conocimientos previos para poder comprenderla, ordenarla y sistematizarla y llegar a una reflexión profunda de la experiencia, seguida de planteamiento de preguntas y búsqueda de respuestas. Lo importante es hacer que el aprendiz se cuestione sobre lo observado en busca de respuestas para acercarse más al conocimiento de la realidad (Yaníz, 2006.29). Es aquí donde el docente debe promover un diálogo que aclare o cuestione los conocimientos previos de los estudiantes con la utilización de realidades del contexto.

- **Conceptualización**

Esta fase consiste en "profundizar el conocimiento comprendido de las posiciones teóricas, que permiten responder a las preguntas suscitadas a partir de la observación y reflexión sobre la realidad, lleva a adquirir conocimientos, terminologías, hechos datos, métodos , estrategias, principios y teorías" (Yániz, 2006:30).

Sin duda alguna, aquí el estudiante construye el nuevo conocimiento, dando respuesta a la pregunta ¿Qué debe saber? Es por ello, que el aprendizaje en este punto está basado en la aplicación de capacidades cognitivas como comprensión, síntesis, razonamiento analítico, juicio crítico, etc. (Ibídem. 30).

- **Aplicación**

La aplicación en la práctica permite al estudiante experimentar activamente enfocándose a nuevas situaciones que surgen en el contexto o dar soluciones a nuevos problemas utilizando los nuevos conocimientos adquiridos (Ibídem. 30). Aquí, el estudiante está en la capacidad de resolver problemas que exijan la aplicación de estrategias metacognitivas buscando respuestas lógicas y creativas.

Al referirnos al campo de la matemática el educando debe demostrar eficacia y eficiencia para crear modelos, transferir y contextualizar el conocimiento en diversos entornos de la vida cotidiana mediante el uso flexible de reglas y modelos matemáticos que permitan comprender situaciones del mundo natural social y cultura (Ministerio de Educación, 2010: 64).

Sin embargo, a través de las experiencias en las prácticas pre – profesionales en las escuelas públicas, se ha podido evidenciar que las actividades matemáticas que involucran esta fase de aprendizaje, no llegan a tener un nivel de exigencia metacognitivo, quedándose únicamente en la repetición mecánica de ejercicios.

Por lo antes expuesto, el aprendizaje que exige las matemáticas tiene como propósito que el educando pueda aplicar los conocimientos construidos en la resolución de problemas matemáticos. Por lo tanto, la fase de aplicación debe de estar enfocada a que los estudiantes logren este objetivo en su vida como resultado de la adquisición de aprendizajes significativos.

A continuación, desarrollaremos algunas ideas que hay que tener presente para comprender el aprendizaje significativo dentro de la matemática.

1.4. Aprendizaje significativo en matemáticas

La educación matemática sigue en gran parte anclada a formas mecánicas y tradicionales que han sido un fracaso en el aprendizaje de los estudiantes obviando las “bases pedagógicas del diseño curricular”[2]. Se deja a un lado los enfoques constructivistas y críticos los cuales son pilares fundamentales de la Actualización y Fortalecimiento Curricular (2010) pues, hacen del educando el eje central del proceso de enseñanza aprendizaje dándole un papel activo y participativo en la construcción del conocimiento. En España, según Núñez y

[2] Las bases pedagógicas del diseño curricular son concepciones teóricas y metodológicas del quehacer educativo en los que se ha basado La Actualización y Fortalecimiento Curricular de la Educación Básica – 2010, en especial se han considerado los fundamentos de la Pedagogía Crítica que ubica al estudiantado como protagonista principal en busca de los nuevos conocimientos, del saber hacer y el desarrollo humano, esencialmente por vías cognitivas y constructivistas.

Font, como alternativa a este fracaso se planteó la opción de una enseñanza contextualizada y significativa, a través de contextos que permitan dar sentido a los conceptos matemáticos que se aprenden. Esta alternativa está basada en enseñar matemáticas a través de la resolución de problemas, y que los estudiantes puedan ver que las matemáticas son aplicables a situaciones de la vida real (Pochulu & Font, 2011: 362).

Para Ángel Riviere (1990), "La enseñanza de una matemática significativa implica un esfuerzo sistemático por llenar efectivamente de significado las actividades matemáticas que se piden a los alumnos" (p. 14). Por ejemplo, en el séptimo año de educación básica, en la enseñanza de la media o moda, resulta deficiente una clase a través de una cantidad de números escritos en la pizarra, carentes de sentido y significado. Sin embargo, este aprendizaje tomaría un rumbo distinto para el esquema mental del estudiante si es que el maestro utilizara la medida de sus estaturas para la enseñanza del tema ya mencionado (Ibídem. 14). Así, se evidencia que la enseñanza puede realizarse de forma contextualizada a la vida del educando, ademas se está dando sentido e insertando un aprendizaje, inicialmente vacío, en un contexto real.

Por lo tanto, las actividades deben ser potencialmente significativas para los estudiantes como señala Ausubel, de manera que cada una de las tareas a realizar debe involucrar las ideas previas, el conocimiento construido y el contexto cercano del educando, adaptándole un grado de complejidad a las actividades planteadas. Así mismo, el nivel de complejidad con el que el maestro plantee los problemas tiene que tener una estructura de asimilación adecuada para que el estudiante llegue a la solución y no se sumerja en la impotencia de no poder resolver.

En relación a la actitud favorable para que el educando logre aprendizajes significativos en matemáticas, Santaolalla (2009) menciona que:

> Todos los estudiantes son capaces de aprender matemáticas si nosotros, sus profesores, somos capaces de encontrar y mostrarles sus

> “puntos fuertes”. Por este motivo, necesitamos repensar, ajustar y rediseñar nuestros programas educativos para que todos y cada uno de nuestros alumnos puedan tener éxito en su proceso de aprendizaje. Para ello es imprescindible utilizar una gran variedad de estrategias de enseñanza para atender los distintos estilos de aprendizaje de nuestros alumnos. (p. 58)

Cabe destacar también que lograr aprendizajes significativos va a depender en gran parte de las creencias que los docentes tenga de la enseñanza de las matemáticas y sus aplicaciones, Godino, Batanero y Font identifican dos concepciones extremas: la idealista platónica y la constructivista. La primera concepción la ve como una disciplina autónoma donde se considera que se debe primero enseñar como base las estructuras de las matemáticas de forma axiomática y después el estudiante por si solo será capaz de encontrar sus aplicaciones. Si hoy en día entendiéramos así, entonces nuestra práctica estará alejada en su mayoría de problemas matemáticos cercanos a la vida cotidiana o de un enfoque de la matemática relacionada con otras áreas, lo cual sería permanecer en una educación tradicionalista. Mientras que los docentes enfocados en la visión constructivista conectan la enseñanza con problemas del contexto para que a partir de estos, construir las estructuras fundamentales de las matemáticas. Esta mirada constructivista señala que los aprendizajes deben estar enfocados a la construcción de conocimientos a través de la resolución de problemas del contexto del estudiante (Mora & Barrantes, 2008: 74). Contribuyendo con esta idea Chamorro (2005: 275) menciona que en muchos textos de didactica de la matematica se consideran que el verdadero aprendizaje esta centrado en la actividad de resolver problemas, y que “El interés por la resolución de problemas se debe, tambien, a la posibilidad que estos ofrecen, para construir conocimientos matemáticos y modelizar situaciones lo que ayuda a comprender y dominar el entorno que nos rodea” (Chamorro, 2005: 276).

Visto de esta forma es necesario en el siguiente capítulo identificar cuales son los lineamientos que describe la Actualizacion y Fortalecimiento Curricular para la resolución de problemas en matemáticas. De esta manera se tendrá una clara idea del las exigencias del sistema educativo enfocado a la resolución de problemas matematicos.

CAPÍTULO 2

LA ACTUALIZACIÓN Y FORTALECIMIENTO CURRICULAR (2010) Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS.

En el presente capítulo se analizarán los principios y lineamientos descritos en la Actualización y Fortalecimiento Curricular (2010), que se encuentran orientados hacia el desarrollo de la resolución de problemas en el área de matemática durante la Educación General Básica. Para el análisis ha sido importante comprender la estructura curricular de esta área, así como también organizar la información partiendo desde: Importancia de enseñar y aprender matemáticas, eje curricular, perfil de salida, objetivos educativos, destrezas con criterio de desempeño, indicadores de evaluación y las precisiones para la enseñanza – aprendizaje, con el fin de evidenciar la incidencia de la resolución de problemas en matemáticas.

2.1. Importancia de enseñar y aprender matemática.

La Actualización y Fortalecimiento Curricular afirma que aprender matemáticas significativamente permite transferir lo aprendido a distintos entornos de la vida del estudiante. Es por ello que este aprendizaje se vuelve uno de los pilares más importantes en la sociedad, ya que, además de preocuparse por lo cognitivo, se enfoca en el desarrollo de destrezas fundamentales que se aplican a diario en distintos contextos y en especial en el de resolución de problemas (Ministerio de Educación, 2010: 65).

En este mismo documento, la resolución de problemas se evidencia de forma general en el eje curricular integrador del área, que es: "**desarrollar el pensamiento lógico y crítico para interpretar y resolver problemas de la vida"** por lo tanto, a partir de esta idea se generan el desarrollo de destrezas con criterio de desempeño que encaminan el proceso educativo.

En este sentido, en cada año de Educación General Básica se debe promover la habilidad de plantear y resolver problemas, a través de una variedad de técnicas y metodologías activas que permitan al estudiante interactuar y construir conocimientos significativos para su vida cotidiana. Se plantea, que la resolución de problemas no debe ser utilizado únicamente como una herramienta para la aplicación, sino que tiene que ser el eje principal para trabajar todas las etapas del proceso de enseñanza aprendizaje (Ibídem. 66).

Además, para resolver problemas en matemáticas el eje curricular integrador se apoya en los siguientes ejes de aprendizaje tales como: el razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y representaciones. El docente está en la libertad de combinar estos elementos, es así, que puede plantear problemas que estén relacionados con otras áreas de aprendizaje y con el contexto (conexiones), permitiéndole que sus estudiantes proyecten una situación cotidiana a lenguaje matemático (representaciones) y para que finalmente puedan explicar a sus compañeros cada uno de los pasos realizados para encontrar la solución del problema (comunicación). El propósito es que el estudiante desarrolle destrezas y capacidades que son necesarias para el aprendizaje constructivo y activo de las matemáticas el cual se puede lograr a través de la resolución de problemas en los distintos bloques curriculares, los cuales son:

- Bloque de relaciones y funciones
- Bloque numérico
- Bloque geométrico
- Bloque de medida
- Bloque de estadística y probabilidad

Cada uno de los bloques mencionados se encuentra conformado por destrezas con criterios de desempeño que se desarrollan alrededor de un tema central. Estas destrezas expresan el “saber hacer” en relación a un conocimiento teórico, direccionados a ciertos niveles de complejidad que van de acuerdo a la capacidad cognitiva del estudiante.

Más adelante nos enfocaremos en las destrezas con criterios de desempeño que involucran la resolución de problemas matemáticos que es nuestro tema de interés.

2.2. Perfil de salida del área

El perfil de salida refleja los desempeños que el estudiante debe desarrollar al término del décimo año. En relación a la resolución de problemas menciona que durante los diez años de Educación General Básica, “el área de matemáticas busca formar ciudadanos que sean capaces de argumentar y explicar los procesos utilizados en la resolución de problemas de los más variados ámbitos y, sobre todo, con relación con la vida cotidiana” (Ministerio de Educación, 2010: 70). La capacidad demostrativa y comunicativa de los procesos de resolución es una actividad esencial que debe desarrollar el educando a través de situaciones significativas, lo cual se traduce en los siguientes puntos:

> - **Resolver, argumentar y aplicar la solución de problemas** a partir de la sistematización de los campos numéricos, las operaciones aritméticas, los modelos algebraicos, geométricos y de medidas sobre la base de un pensamiento crítico, creativo, reflexivo y lógico en vínculo con la vida cotidiana, con las otras disciplinas científicas y con los bloques específicos del campo matemático.
>
> - Aplicar las tecnologías de la información y la comunicación en la solución de problemas matemáticos en relación con la vida cotidiana, con las otras disciplinas científicas y con los bloques específicos del campo matemático. (Ibídem. 70)

Estos son desempeños generales que deben estar incorporados en el estudiante al culminar la Educación General Básica para poder ser capaz de aplicarlos en el medio que lo rodea. Una vez más se puede advertir la importancia de la resolución de problemas en el currículo planteado para matemáticas. La coherencia de esta relevancia es evidente a lo largo del documento.

2.3. Objetivos educativos del área

Desde la Actualización y Fortalecimiento Curricular se plantean objetivos que orientan el alcance del desarrollo integral del estudiante durante todo el proceso de enseñanza – aprendizaje a lo largo de la Educación General Básica. De estos objetivos, son dos los que específicamente hacen énfasis en la resolución de problemas. A continuación los objetivos:

- Demostrar eficacia, eficiencia, contextualización, respeto y capacidad de transferencia al aplicar el conocimiento científico en la solución y argumentación de problemas por medio del uso flexible de las reglas y modelos matemáticos para comprender los aspectos, conceptos y dimensiones matemáticas del mundo social, cultural y natural.

- Crear modelos matemáticos, con el uso de todos los datos disponibles, para la resolución de problemas de la vida cotidiana. (Ibídem. 70)

Los objetivos anteriormente señalados hacen énfasis a lo que el educando debe llegar a ser capaz de aplicar en base a los conocimientos construidos en la solución de problemas, además de crear modelos estratégicos para poder resolverlos.

Hasta este punto de estudio, todo lo que se ha venido tratando acerca de la resolución de problemas matemáticos en la Actualización y Fortalecimiento Curricular (2010), al ser lineamientos generales, son los mismos para todos los años de Educación General Básica.

Ahora bien, siguiendo la estructura de la Actualización y Fortalecimiento Curricular, a partir de los objetivos educativos del año existen variaciones a lo largo de la Educación Básica.

2.4. Objetivos educativos, destrezas e indicadores de evaluación del año

El educando en cada año de Educación General Básica debe tener un determinado nivel de aprendizaje, es por ello que la Actualización y Fortalecimiento Curricular (2010) propone objetivos, destrezas e indicadores de evaluación que van orientados de acuerdo al desarrollo cognitivo del estudiante. Cabe señalar que tanto los objetivos, destrezas e indicadores tienen cada uno su propia estructura[3], las cuales son necesarias tener presente para trabajar este capítulo.

A continuación, se presenta una matriz que permitirá analizar el papel de la resolución de problemas en la Actualización y Fortalecimiento Curricular.

Cada matriz va a agrupar tres años de Educación General Básica, la forma en que se agrupa está de acuerdo a los niveles de progresión que propone los Estándares de Calidad Educativa a través de sus estándares de aprendizaje. Las características de estos niveles son: Inclusivos en relación a cada nivel, coherentes y relativamente homogéneos en complejidad (Estándares de Calidad Educativa, 2012: 19).

Tabla 1: Objetivos, destrezas e indicadores de evaluación en relación a la resolución de problemas de segundo a cuarto de E.G.B.

	Segundo de E.G.B	**Tercero de E.G.B**	**Cuarto de E.G.B**
	- Aplicar estrategias de conteo y procedimientos de cálculos de suma y resta con números del 0 al 99 **para resolver problemas de la vida cotidiana de su entorno.**	Aplicar estrategias de conteo y procedimientos de cálculos de suma y resta con reagrupación con números del 0 al 999 **para resolver problemas de la vida cotidiana de su entorno**	Aplicar estrategias de conteo y procedimientos de cálculos de suma, resta, y multiplicación con números del 0 al 9.999 **para resolver problemas de la vida cotidiana de**

[3] Véase en la Actualización y Fortalecimiento Curricular (2010): La estructura curricular: Sistema de conceptos empleados, p. 17-19

OBJETIVOS	- Comprender y expresar informaciones del entorno inmediato en forma numérica y representarlas en pictogramas **para potenciar el pensamiento lógico matemático y la resolución de problemas cotidianos**	- Comprender, expresar y representar informaciones del entorno inmediato sobre frecuencias en forma numérica, en pictogramas **para potenciar el pensamiento lógico matemático y la resolución de problemas cotidianos**.	**su entorno**. - Comprender, expresar y representar informaciones del entorno inmediato en diagramas de barras **para potenciar el pensamiento lógico matemático y la resolución de problemas cotidianos**
DESTREZAS	**Resolver problemas** que requieran el uso de adiciones y sustracciones sin reagrupación con los números de hasta dos cifras.	**Formular y resolver problemas** de adición y sustracción con reagrupación a partir de situaciones cotidianas hasta números de tres cifras.	**Resolver y formular problemas** de adición y sustracción con reagrupación con números de hasta cuatro cifras. - Resolver operaciones con operadores aditivos, sustractivos y multiplicativos **en diversos problemas.**
INDICADORES DE EVALUACIÓN	Resuelve adiciones y sustracciones sin reagrupación con números con números de hasta dos cifras **en la resolución de problemas en forma gráfica, concreta y mental.**	Formula y resuelve adiciones y sustracciones con reagrupación con números de hasta tres cifras **en la resolución de problemas.**	**Resuelven problemas** que involucran suma, resta y multiplicación con números de hasta cuatro cifras.

Fuente: Actualización y Fortalecimiento Curricular (2010)
Elaboración propia

Tabla 2: Objetivos, destrezas e indicadores de evaluación en relación a la resolución de problemas de quinto a séptimo de E.G.B.

	Quinto de E.G.B	**Sexto de E.G.B**	**Séptimo de E.G.B**
OBJETIVOS	- Aplicar estrategias de conteo y procedimientos de cálculos de suma, resta, multiplicación y división con números de hasta seis cifras **para resolver problemas de la vida cotidiana de su entorno.** - Comprender, expresar y representar informaciones del entorno inmediato a través de diagramas de barras y calcular rangos **para resolver problemas cotidianos**.	Aplicar procedimientos de cálculo de suma, resta, multiplicación y división con números naturales, y suma y resta de fracciones **para resolver problemas de la vida cotidiana de su entorno** - Comprender, expresar y representar informaciones del entorno inmediato en diversos diagramas, mediante el trabajo en equipo y el cálculo de medidas de tendencia central **en la resolución de problemas cotidianos**.	Operar con números naturales decimales y fracciones, y utilizar los conceptos de proporcionalidad y porcentaje **para resolver problemas de la vida cotidiana de su entorno.** - reconocer, comparar y clasificar polígonos regulares e irregulares como conceptos matemáticos y como parte de los objetos del entorno, calcular sus perímetros y áreas de polígonos regulares para una mejor comprensión del espacio que lo rodea y **para la resolución de problemas**
	Aplicar la propiedad distributiva de la multiplicación **en la resolución de problemas matemáticos.** **Resolver y formular problemas** que involucren más de una operación con números naturales de	**Formular y resolver problemas** de adición y sustracción con reagrupación a partir de situaciones cotidianas hasta números de tres cifras. Utilizar criterios de divisibilidad por 2, 3, 4, 5, 6, 9 y10 **en la**	**Resolver y formular problemas** que involucren más de una operación con números naturales, fracciones, decimales y viceversa. - Aplicar la multiplicación y división de fracciones **en la resolución de**

DESTREZAS	hasta seis cifras. **Resolver y formular problemas** de adiciones, sustracciones y multiplicaciones con números decimales. Calcular el perímetro de paralelogramos, trapecios y triángulos **para la resolución de problemas**	**resolución de problemas.** Aplicar las reglas del redondeo **en la resolución de problemas.** **Resolver y formular problemas** que involucren más de una operación, entre números naturales y decimales. Calcular el área de paralelogramos y triángulos **en problemas.** Calcular el perímetro de polígonos regulares **en la resolución de problemas** con números naturales y decimales. Reconocer los submúltiplos del metro cuadrado y metro cubico **en la resolución de problemas**	**problemas.** - Aplicar la proporción **en la resolución de problemas.** **Resolver problemas** de proporcionalidad directa e inversa en función del análisis de tablas de valores. Aplicar la proporcionalidad **en la resolución de problemas.** Calcular el perímetro de polígonos irregulares **en la resolución de problemas** con números naturales y decimales. Calcular y aplicar el área de un círculo **en la resolución de problemas.** Convertir y aplicar múltiplos del metro cuadrado y del metro cubico **en la resolución de problemas** Relacionar las medidas de superficie con las medidas agrarias más usuales **en la**

			resolución de problemas.
INDICADORES DE EVALUACIÓN	**Resuelve y formula problemas** que involucren las cuatro operaciones básicas con números naturales de hasta seis cifras. **Resuelve y formula problemas** que involucren sumas, restas y multiplicaciones de números decimales.	Calcula el mcd y el mcm **para la resolución de problemas** Transforma unidades de área y volumen a submúltiplos **en la resolución de problemas**.	Expresa números compuestos como la descomposición de un producto de números primos, y calcula el MCD el mcm **para la resolución de problemas.** **Resuelve problemas** que involucre proporciones directa e inversa. Calcula y aplica el perímetro y área de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares **en la resolución de problemas.** Calcula el área del círculo **en la resolución de problemas.**

Fuente: Actualización y Fortalecimiento Curricular (2010)
Elaboración propia

Tabla 3: Objetivos, destrezas e indicadores de evaluación en relación a la resolución de problemas de octavo a décimo de E.G.B.

	Octavo de E.G.B	Noveno de E.G.B	Décimo de E.G.B
OBJETIVOS	Operar con números enteros a través de la aplicación de las reglas y propiedades de las operaciones en el conjunto Z con los racionales fraccionarios y decimales positivos **para aplicarlos en la resolución de problemas.** Aplicar conceptos de proporcionalidad a través del cálculo de perímetro, áreas y volúmenes de figuras y de cuerpos (prismas y cilindros) semejantes **para la resolución de problemas**. Reconocer las diferentes líneas particulares de un triángulo, mediante representaciones gráficas y la aplicación de sus propiedades **en la resolución de problemas.**	Reconocer y aplicar las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva, las cuatro operaciones básicas y la potenciación para la simplificación de polinomios **a través de la resolución de problemas.** Aplicar las operaciones básicas, la radicación y la potenciación **en la resolución de problemas** con números enteros, racionales e irracionales para desarrollar un pensamiento crítico y lógico. **Resolver problemas** de áreas de polígonos regulares e irregulares, de sectores circulares, áreas laterales y de volúmenes de prismas, pirámides y cilindros y analizar sus soluciones para	Aplicar el patrón de la función lineal y sus valores relevantes **en la resolución de problemas de la vida cotidiana.**

		profundizar y relacionar conocimientos matemáticos.	
DESTREZAS	Reconocer la congruencia y semejanza de triángulos **en la resolución de problemas.** Utilizar el teorema de Thales **en la resolución de problemas.**	Aplicar las fórmulas de áreas de polígonos regulares **en la resolución de problemas.** Calcular áreas laterales de prismas y cilindros **en la resolución de problemas.** Calcular la media, mediana, moda y rango de un conjunto de datos estadísticos contextualizados **en problemas pertinentes.**	Calcular áreas laterales de conos y pirámides **en la resolución de problemas.** Reconocer ángulos complementarios. Suplementarios, coterminales y de referencia **en la resolución de problemas.** Realizar reducciones y conversiones de unidades del SI y de otros sistemas **en la resolución de problemas.**
INDICADORES DE EVALUACIÓN	Aplica las propiedades de congruencia y semejanza de las medianas, mediatrices, alturas y bisectrices de triángulos **en la resolución de problemas.** Utiliza el teorema de Thales **en la resolución de problemas.**	Aplica las operaciones con números reales **en la resolución de problemas.** Deduce las formulas del área de polígonos regulares y la aplica **en la resolución de problemas.**	Aplica el teorema de Pitágoras **a la resolución de problemas.** Reconoce y aplica las razones trigonométricas **en la resolución de problemas.**

Fuente: Actualización y Fortalecimiento Curricular (2010)
Elaboración propia

Teniendo en cuenta las matrices anteriormente expuestas se manifiesta lo siguiente:

- **En relación a los Objetivos:**
  a) De acuerdo con los objetivos planteados en la Actualización y Fortalecimiento Curricular se puede evidenciar que desde los primeros años ya se plantean objetivos enfocados a la resolución de problemas. Esto demuestra que la resolución de problemas debe ponerse en práctica a lo largo de todos de Educación General Básica y no está destinado únicamente para los años superiores.
  b) Teniendo presente la estructura de los objetivos y la resolución de problemas, se puede apreciar tres tipos de objetivos, donde:
     i. La resolución de problemas se manifiesta como una contextualización con la vida social y personal del estudiante, por ejemplo:

¿Qué? acción o acciones?	¿Qué debe saber?	¿Para qué?
Aplicar estrategias de conteo y procedimientos de cálculos	cálculos de suma, resta, y multiplicación con números del 0 al 9.999	para **resolver problemas** de la vida cotidiana de su entorno.

     ii. La resolución de problemas se manifiesta como una acción de alta generalización, a continuación se presenta un objetivo del noveno año de E.G.B:

¿Qué? acción o acciones?	¿Qué debe saber?	¿Para qué?
Resolver problemas	de áreas de polígonos regulares e irregulares, de sectores circulares, áreas laterales y de volúmenes de prismas, pirámides y cilindros y analizar sus soluciones	para profundizar y relacionar conocimientos matemáticos.

iii. La resolución de problemas se manifiesta como un conocimiento que debe desarrollar el educando, aquí mostramos un ejemplo del noveno año de E.G.B:

¿Qué? acción o acciones?	¿Qué debe saber?	¿Para qué?
Aplicar	las operaciones básicas, la radicación y la potenciación **en la resolución de problemas** con números enteros, racionales e irracionales	para desarrollar un pensamiento crítico y lógico.

c) Cabe señalar que de acuerdo a los tres tipos de objetivos anteriormente señalados, el primero es el que más se trabaja en todos los años de E.G.B, debido a que el estudiante tiene que llegar a poner en práctica lo aprendido en la resolución de problemas cotidianos de su entorno.

- **En relación a las destrezas se evidencia que:**

a) En relación a la influencia de la resolución de problemas en la estructura de las destrezas con criterios de desempeños, se evidencian dos tipos, donde:

i. La resolución de problemas se evidencia como un "saber hacer" es decir como una habilidad que el educando debe desarrollar, aquí un ejemplo del sexto año de E.G.B:

Destreza	Conocimiento	Precisiones de profundización
Formular y resolver problemas	de adición y sustracción con reagrupación	a partir de situaciones cotidianas hasta números de tres cifras.

Destrezas como estas, también se manifiestan en otros bloques y en diferentes años de educación general básica.

ii. La resolución de problemas dentro de la destreza con criterio de desempeño se evidencia como un grado de complejidad y profundización hacia el cual el educando debe poner en práctica las destrezas y conocimientos desarrollados. A continuación colocamos una destreza del quinto año de E.G.B, donde se presenta lo señalado:

Destreza	Conocimiento	Precisiones de profundización
Calcular	el perímetro de paralelogramos, trapecios y triángulos	**para la resolución de problemas**

Cabe destacar que se ha tomado en este caso un ejemplo del bloque geométrico, pero sin embargo esta misma organización se puede ver en los otros bloques es decir que el nivel de complejidad de las destrezas está relacionado con la posibilidad de utilizar lo que se aprende: adiciones, sustracciones, propiedades de la multiplicación, perímetro de figuras, entre otros, en la resolución de problemas.

b) Además de desarrollar la capacidad de resolver problemas, también se pone en manifiesto en la mayoría de destrezas con criterio de desempeño la habilidad de plantear problemas en los que se puedan hacer uso de los conocimientos adquiridos para lograr su solución.

- **En relación a los indicadores de evaluación:**

Los principales desempeños que el docente debe evaluar en relación a la resolución de problemas y los que se evidencian a lo largo de todos los años son:

a) El estudiante resuelve y formula problemas como principal habilidad en los que involucren conocimientos de acuerdo al año de educación general básica en el que se encuentre el estudiante.
b) El educando desarrolle destrezas (deducir, aplicar, resolver, calcular, reconocer, etc.) centrado en un determinado conocimiento (operaciones básicas, teoremas, razones trigonométricas, medidas de superficie, etc.) para posteriormente poder aplicarlo en la resolución de problemas.
c) El docente en todos los años de educación general básica debe evaluar los conocimientos construidos a través de la puesta en práctica mediante la resolución de problemas matemáticos contextualizados.

2.5. Precisiones para la enseñanza y aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos.

La Actualización y Fortalecimiento Curricular (2010) de Educación General Básica (E. G. B) plantea ciertas recomendaciones que le sirven de ayuda al docente en el proceso de enseñanza aprendizaje, entre las cuales se han identificado aquellas que hacen referencia al trabajo con la resolución de problemas. A continuación se han extraído ideas importantes que hay que tener presente a lo largo de los diez años de educación general básica:

- El docente debe diseñar y formular problemas que se relacionen con otras áreas del conocimiento y con los intereses del grupo de trabajo.
- Se recomienda que la resolución de problemas debe ser trabajado a lo largo de todo el año lectivo y tener secuencia con todos los bloques, trabajando de esta manera los conocimientos de forma integrada en todos los campos matemáticos. El eje de las conexiones cumple un papel importante en este punto.
- A partir de la realidad de su entorno el educando descubra elementos (regiones, etnias, ecosistemas, etc.) que pueden utilizarse para la resolución de problemas matemáticos.
- El rol del docente se trasforma en un agente mediador y motivador en el diseño y formulación de problemas de la vida cotidiana.
- Evitar las actividades rutinarias a través del planteamiento de problemas que promuevan diversas estrategias de solución y fomentando el pensamiento lógico matemático.
- Plantear problemas en los que puedan utilizar distintas estrategias de resolución, permitiéndole a los estudiantes expresar y compartir las diferentes formas de resolver un mismo problema.
- Es importante que el docente verifique que los estudiantes busquen dar solución a los problemas de forma lógica y reflexiva, brindándoles espacios para la discusión y el diálogo de las estrategias utilizadas en el

proceso de resolución. Se puede advertir como esta recomendación va ligada al eje de comunicación propuesto para esta área.

- Los errores que se manifiestan en la interpretación o proceso de resolución de problemas deberán ser el punto de referencia para la labor docente, ya que permitirán diseñar actividades para corregir un esquema insuficiente en otro más adecuado. Aquí el error no debe castigarse, más bien debe verse como una oportunidad para corregir y fomentar el dialogo.
- Se promuevan problemas que permitan al estudiante transferir lo aprendido a otras áreas y situaciones de aprendizaje. De esta forma se evidencia una vez más que la resolución de problemas contextualizados ayudan a poner en práctica las destrezas y conocimientos construidos.
- Al momento de proponer problemas de aplicación recuerde plantear problemas en el que se logre un razonamiento y no solo la aplicación de una simple formula. De esta forma se evita recaer en la rutina de ejercicios meramente mecánicos.
- Plantear problemas en los que el educando pueda demostrar la comprensión de conceptos, utilización adecuada de estrategias y la integración de varios conocimientos.
- Antes de plantear un problema para que los estudiantes resuelvan, el docente debe evaluar el nivel de complejidad que presenta, y si los educandos pueden estar en la capacidad de resolverlo. El grado de dificultad debe estar de acuerdo a las destrezas y conocimientos del educando.
- Los problemas propuestos en el aula o los que se envían a casa deben permitir al educando utilizar teoremas, reglas, gráficos para argumentar y justificar sus procesos.
- La dificultad que presenten los problemas planteados deben ir incrementando de forma progresiva de acuerdo a sus capacidades, de manera que la motivación y la dedicación se hagan evidentes en el estudiante fomentando el compromiso por resolverlos. Queda claro que si se plantean ejercicios que no van de acuerdo al nivel de desarrollo

cognitivo lo único que se puede lograr es que el educando se sienta frustrado frente a la resolución del problemas.

- Utilizar el entorno del establecimiento educativo como un medio para crear una variedad de oportunidades para trabajar la resolución de problemas.
- La creatividad se convierte en un factor importante al momento de presentar un problema, puesto que debe atraer la atención del estudiante brindándole la oportunidad de demostrar sus habilidades matemáticas.

Es importante señalar que para lograr estas precisiones, el Ministerio de Educación entrega como un apoyo a las instituciones educativas “la guía para docentes”, “el texto para estudiantes” y “el cuaderno de trabajo”. La “guía para docentes” como su nombre mismo lo indica es una herramienta que contiene sugerencias para las planificaciones de los conocimientos que se pretende ver a lo largo del año lectivo, el “texto para estudiantes” es utilizado por el docente y el educando para modelizar los conocimientos matemáticos, y el “cuaderno de trabajo” se utiliza para aplicar los algoritmos, conocimientos, destrezas y habilidades mediante la resolución de problemas contextualizados, el trabajo individual y grupal.

De esta forma se procura trabajar la resolución de problemas de forma integrada y sistematizada, conectando conocimientos de distintos bloques, destrezas y habilidades, conocimientos previos y conceptualizaciones en situaciones cotidianas.

A modo de conclusión, lo que se evidencia en este capítulo es la importancia que se da a la resolución de problemas desde la Actualización y Fortalecimiento Curricular (2010), cumpliendo varios papeles dentro del proceso educativo, pero se manifiesta con mayor relevancia para desarrollar destrezas, transferir y aplicar los conocimientos aprendidos en situaciones contextualizadas que demanden un mayor grado de complejidad, de manera que el docente pueda evaluar la comprensión de los mismos y generar nuevos conocimientos. De esta forma se convierte en una herramienta recurrente dentro del currículo de educación general básica, por ello el profesor debe contar con una variedad de métodos para fomentar y guiar de forma apropiada en el aula los procesos de resolución.

CAPÍTULO 3

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Como se ha visto en el capítulo anterior, la Resolución de problemas en la Actualización y Fortalecimiento Curricular (2010) constituye una actividad dominante, mediante la cual el educando construye y pone en práctica su conocimiento y las destrezas adquiridas. Por ello, en este capítulo se pretende dar a conocer procesos para la resolución de problemas, por lo cual, es necesario empezar entendiendo el concepto de "problema" y "resolución de problemas" además, los factores que intervienen en la resolución, la clasificación de los problemas y finalmente se planteará modelos matemáticos de resolución de problemas desde la perspectiva de distintos autores.

3.1. Conceptualización: "Problema" y "resolución de problemas"

¿Qué es un problema?

Polya (1962) en su libro Mathematical Discovery define un "problema" como "aquella situación que requiere la búsqueda consciente de una acción apropiada para el logro de un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata" (citado por Boscán & Klever, 2012: 11). De igual manera para Ball, A. I (1970) caracteriza al problema como "aquella situación que demanda la realización de determinadas acciones (prácticas o mentales) encaminadas a transformar dicha situación" (citado por Montero *et al.* 2014: 269). Como se puede ver en estos dos conceptos el problema es visto como una situación que se le presenta al individuo y en las cuales tiene que ejecutar determinadas acciones cognitivas para llegar a un objetivo determinado.

Mientras tanto para Schoenfeld (1985), "la dificultad de definir el término "problema" radica en que es relativo: un problema no es inherente a una tarea matemática, más bien es una relación particular entre el individuo y la tarea" (citado por Boscan & Klever, 2012: 11). Del mismo modo Callejo (1998) señala que en la situación problema “se debe buscar, investigar, establecer relaciones e implicar afectos que posibiliten ir planteando estrategias de solución al ente problema. Por tanto, el concepto de problema es relativo al sujeto y al contexto al que se plantea” (citado por Iriarte, 2011: 4).

Ligada a esta idea, García (2014:54) explica que “la limitante que se encuentra para definir un problema radica en que este es subjetivo para quien lo resuelve: para alguien puede serlo, pero para otra persona no deja de ser un mero ejercicio”. Es por ello que para diferenciar entre un “problema” y un “ejercicio” Larios (2000) aclara que:

> Un problema es una situación (real o hipotética) que resulta plausible al alumno desde su punto de vista experiencial y que involucra conceptos, objetos u operaciones matemáticas, mientras que un ejercicio se refiere a operaciones con símbolos matemáticos únicamente(sumas multiplicaciones resolución de ecuaciones, etcétera).(citado por Boscán & Klever, 2012: 11)

Por consiguiente, queda claro que un problema no es un ejercicio, un problema es un verdadero reto para quien lo resuelve, permitiéndole poner en práctica conocimientos, estrategias y habilidades mentales que ayuden llegar a su solución.

¿Qué significa resolver un problema?

Polya (1980) expone que “resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados”(citado por Boscán & Klever, 2012: 11). Polya en su libro “Cómo plantear y resolver problemas”, utiliza el término “heurística” entendiéndose como “el estudio de todas las operaciones mentales típicamente útiles en el proceso de resolución de problemas” (Blanco, 1996: 13). Así mismo, para Parra (1990): “La resolución de problemas se refiere a la coordinación de experiencias previas, conocimiento e intuición, en un esfuerzo para encontrar una solución que no se conoce” (Ibídem. 13).

De manera similar Lesh y Zawojewski (2007) define la resolución de problemas como “el proceso de interpretar una situación matemáticamente, la cual involucra varios ciclos interactivos de expresar, probar y revisar interpretaciones –y de ordenar, integrar, modificar, revisar o redefinir grupos de conceptos matemáticos desde varios tópicos dentro y más allá de las matemáticas”(citado por Santos, 2008: párr. 6). Desde esta mirada se ve a la resolución de problemas “(…) como gestores del sentido de un concepto. No se trata simplemente de transferir un concepto que está completamente elaborado, sino de enriquecer el sentido del mismo a partir de encontrarlo como medio de solución en un nuevo contexto”[4].

De esta forma, podemos decir que la resolución de problemas está centrada en cada uno de los procedimientos que el educando pone en juego para dar respuesta a una situación problemática, donde también interviene la actitud y la manera como procede frente a cada una de las dificultades que se le presenta (García, 2014: 55). Un rasgo importante que presenta la resolución de problemas es no poder “(…) ser resuelto a partir de la aplicación mecánica o memorística, sino que el sujeto está obligado a pensar, a partir de determinadas necesidades y motivos que surgen para encontrar los conocimientos necesarios” (Fernández, 2007: 13). Es decir, implica seguir un proceso, que permita traducir el problema a través de la interconexión de esquemas mentales, experiencias previas, conocimientos adquiridos, etc., que lleven a dar una solución lógica a una situación problemática planteada.

Resolver un problema en el aula de clases ha sido utilizado de forma aislada en la educación tradicional, donde muchas veces poco o nada tenía que ver con el tema de estudio, o con la vida del educando. Kilpatrick (1988) en Santos

[4] Laboratorio latinoamericano de evaluación de la calidad de la educación XVII, reunión de coordinadores nacionales, *Habilidades para la vida en las evaluaciones de matemática,* (SERCE - LLECE), Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe, UNESCO, (recuperado el 16 de junio del 2015).

(1997: 62) resume el uso de la resolución de problemas en tres direcciones distintas:

i) Los problemas se analizan como un vehículo para lograr algunas metas curriculares. Estas metas pueden incluir aspectos relacionados con la motivación, recreación, justificación, o practica (resolución de problemas como contexto).

ii) La resolución de problemas se considera como una de tantas habilidades que se deben enseñar en el currículo y

iii) La resolución de problemas se ve como un arte en el sentido de simular la actividad matemática dentro del salón de clases, lo que Schoenfeld (1985) identifica como el desarrollo de un “microcosmos matemático” en el salón de clases.

En el capítulo dos, recordemos que ya se evidenciaba esta clasificación, pero a diferencia, la Actualización y Fortalecimiento Curricular trabaja la resolución de problemas de forma integrada, partiendo desde la construcción del conocimiento hasta la misma puesta en práctica en la resolución de problemas contextualizados. Así, la idea principal del problema y su resolución hace énfasis al pensamiento de Fernández, J donde menciona que, “el contenido del problema debe partir de la realidad que circunda al niño y su realización debe estar apoyada en objetivos de definida firmeza” (2007:9), es decir, que la resolución de problema permita al educando plantear y resolver problemas de la vida cotidiana.

Teniendo claro lo que implica la resolución de problemas matemáticos es necesario tener presente que para lograr aprendizajes significativos hay que plantearse problemas del contexto, es decir que involucren situaciones reales, por lo tanto a continuación se planteará una clasificación de problemas contextualizados.

3.2. Clasificación de los problemas contextualizados

De acuerdo con Font (2006: 4) "los problemas contextualizados que normalmente se proponen a los alumnos son de contexto evocado, es decir presentan una descripción escrita de una situación real". Por lo cual el autor plantea la siguiente clasificación:

- En función a la complejidad de los procesos:
  i. problemas diseñados para activar procesos complejos de modelización[5]
  ii. problemas cuyo objetivo es aplicar conceptos matemáticos previamente estudiados.
- En función del momento en que se proponen:
  i. Después del proceso de instrucción: el objetivo de estos problemas es que sirvan, por un lado, como problemas de consolidación de los conocimientos matemáticos adquiridos y, por otro, para que los alumnos vean las aplicaciones de las matemáticas al mundo real estos pueden ser:
     a) problemas contextualizados evocados de aplicación, si son relativamente sencillos y,
     b) problemas contextualizados evocados de consolidación, cuando su resolución resulte más compleja.
  ii. Al inicio de un tema: el objetivo es que sirvan para la construcción de los objetos matemáticos que se van a estudiar. En este caso, no se trata de aplicar conocimientos matemáticos acabados sino, presentar una situación que el estudiante pueda resolver únicamente con sus conocimientos previos. A esta categoría se conoce como *problemas de contexto evocado introductorios*.

[5] Al hablar del término modelización se tiene en mente un proceso complejo que implica primero partir de la situación concreta para, gracias a un proceso descontextualizador, obtener un objeto matemático y después, gracias a un proceso de contextualización, aplicar este objeto a diferentes situaciones reales (Font & Godino, 2006:92).

Cabe destacar que conocer sobre esta clasificación es importante, porque en el capítulo dos analizando la Actualización y Fortalecimiento Curricular, se constata la necesidad que se da al planteamiento de problemas contextualizados en las diferentes etapas de aprendizaje, es decir que la complejidad del planteamiento de problemas se irá desarrollando de acuerdo al avance dentro del proceso de enseñanza aprendizaje.

3.3. Factores que intervienen en el proceso de resolución de problemas matemáticos.

Para Vilanova *et al*. (2010: 5-8), son cinco los factores que intervienen en los procesos de resolución de problemas:

3.3.1. El conocimiento base

El conocimiento base hace énfasis a los recursos matemáticos con los que cuenta el educando para enfrentarse a un problema matemático, es decir saber cuáles son las herramientas que tiene el estudiante a su disposición. Cabe señalar que el conocimiento base puede estar errado por lo que es necesario evaluar la base del conocimiento sobre el cual se va a plantear un problema (Vilanova *et al.*, 2010:5).

Villanova *et al.* Señala que:

> Entre los aspectos del conocimiento relevante para la resolución de problemas están: el conocimiento intuitivo e informal sobre el dominio de problema, los hechos, las definiciones y los procedimientos algorítmicos, los procedimientos rutinarios, las competencias relevantes y el conocimiento acerca de las reglas del lenguaje en ese dominio (Ibídem. 5).

Relacionando con el capítulo uno, se puede ver que este aspecto hace referencia a los conocimientos previos, que son aquellos que sirven de matriz para incorporar y modificar esquemas cognitivos permitiendo al educando adquirir nuevos conocimientos y lograr aprendizajes significativos.

3.3.2. Las estrategias de resolución de problemas

Este aspecto hace hincapié a cada uno de los pasos y etapas que el resolutor debe emplear para llegar a la solución del problema. Las discusiones acerca de los procesos para la resolución de problemas matemáticos, comienzan con Polya quien plantea cuatro etapas: comprender el problema, concebir un plan, ejecución del plan y examinar la solución. Sin embargo, años más tarde aparecen nuevos modelos que enriquecen y reorientan el proceso de resolución de problemas basándose en las ideas de este autor.

Es por ello, que este capítulo finalizará planteando algunos métodos para la resolución de problemas matemáticos.

3.3.3. Los aspectos metacognitivos

Los aspectos metacognitivas se relacionan con el monitoreo y control de las actividades intelectuales que realiza el individuo. Además investigaciones señalan que el desarrollo de la autorregulación implican modificaciones de conducta (desaprender conductas inapropiadas de control aprendidas antes). Así, los aspectos metacognitivos se relacionan con la forma en que se seleccionan y se disponen tanto los recursos matemáticos y las heurísticas (Vilanova *et al.*, 2010:6).

3.3.4. Los sistemas de creencias

El sistema de creencias hace énfasis a la concepción personal que el individuo tiene acerca de lo que involucra resolver problemas. Thomson (1992) reseñó los estudios que documentan como difieren ampliamente las visiones tanto de objetivos y el papel que cumple el docente y la enseñanza de las matemáticas. Entre una de las diferencias encontradas está esta la función que cumple la resolución de problemas en la matemática, además de la discrepancia existente entre las creencia de los docentes y la práctica de la enseñanza (Vilanova *et al.*, 2010:7).

3.3.5. La comunidad de la práctica

La comunidad de la práctica engloba cada una de los enfoques y visiones sobre el cual se basa un determinado proceso de enseñanza-aprendizaje. De esta forma, las lecciones que los alumnos aprenden, actividades, etc. van de acuerdo a una corriente pedagógica sobre el cual se enseña y se fomentan los aprendizajes, es decir, “lo que se piensa que la matemática es, determinará los entornos matemáticos que se crearán y aún la clase de comprensión matemática que se desarrollará” (Vilanova *et al.*, 2010:7).

3.4. Modelos de resolución de problemas

De acuerdo con José L. Blanco (1996) se acostumbra llamar *modelo de resolución de problemas* a “una doctrina que clasifica y analiza las fases del proceso de resolución de problemas, las sugerencias y estrategias heurísticas, y los distintos aspectos de orden cognoscitivo, emocional, cultural, científico, etc. Que intervienen en el proceso” (Blanco, 1996: 11). Por lo tanto, hacer énfasis los procesos de resolución permite explorar varios campos de aprendizaje de modo que el educando pueda razonar y crear sus propias estrategias para la resolución.

A continuación, se plantean algunos modelos de resolución de problemas comenzando por el planteado por Polya (1945) que es considerado el autor que más ha influenciado en nuevos modelos, tales como los propuestos por Schoenfeld (1985), de Guzmán (1991) quienes contribuyen con nuevos elementos que ayudan a reflexionar sobre los procesos cognitivos y metacognitivas que intervienen a lo largo del proceso de resolución.

3.4.1. Método de Polya

El modelo de Polya "basa su programa en la idea del *resolutor ideal*, esto es, la persona que al resolver un problema avanza linealmente desde el enunciado hasta hallar la solución" (Blanco, 1996: 85).

Polya (1945) presenta cuatro fases que son:

1. **Comprender el problema** implica hacerse preguntas como:
   - ¿Cuál es la incógnita?
   - ¿Cuáles son los datos?
   - ¿Cuáles son las condiciones?
   - ¿Es posible satisfacerlas?
   - ¿Son suficientes para determinar la incógnita, o no lo son?
   - ¿son irrelevantes, o contradictorios?, etc.
2. **Concebir un plan**

   - Determinar la relación entre los datos y la incógnita.

   - De no encontrarse una relación inmediata puede considerar problemas auxiliares.

   -Obtener finalmente un plan de solución.
3. **Ejecución del plan**
   - aplicar el plan
   - controlar cada paso
   -comprobar que son correctos. etc
4. **Examinar la solución obtenida**
   - ¿se puede chequear el resultado?, ¿el argumento?
   - ¿podría haberse resuelto de otra manera?
   - ¿ se puede usar el resultado o el método para otros problemas?

Blanco (1996, 13) menciona que "el propósito fundamental del modelo es conseguir que cualquier persona, preferiblemente con la ayuda de un tutor, logre asimilar las técnicas de resolución que se han demostrado efectivas, hasta convertirse en un buen resolutor de problemas".

3.4.2. Modelo de Schoenfeld

Schoenfeld (1985) inspirado en los modelos de Polya diseña un modelo completo sobre estrategias heurísticas. Este modelo se basa en una observación minuciosa de cientos de individuos en los cuales detecta bloques de conductas homogéneas en la globalidad del proceso de resolución. A diferencia del modelo anterior en la que destaca que la resolución implica un proceso lineal, Schoenfeld entiende que resolver un problema involucra caminos en zig – zag y marchas hacia tras y hacia adelante, distinguiendo cuatro fases (citado por Blanco, 1996: 13):

1. Análisis
2. Exploración
3. Ejecución
4. comprobación

Para este proceso Schoenfeld (1985) en Santos (1997: 66-67) destaca algunos elementos que pueden servir de guía para la reflexión y discusión durante la resolución de problemas, los cuales son:

- Análisis

1. Dibujar un diagrama siempre que sea posible.
2. examinar casos especiales
   a) Seleccionar valores particulares para ejemplificar el problema y encontrarle el sentido.
   b) Examinar casos límites para explorar el rango de posibilidades.
3. Tratar de simplificar el problema por medio de:
   a) el uso de simetría, o
   b) argumentos en los que no haya pérdida de generalidad.

- Exploración

1. Considerar problemas equivalentes:
   a) Remplazar algunas condiciones por otras equivalentes
   b) Rebobinar los elementos del problema en diferentes formas
   c) Introducir elementos auxiliares, y
   d) Reformular el problema usando:
      i. algún cambio de perspectiva o notación
      ii. consideraciones que involucren el método de contradicción, y
      iii. el hecho de que el problema está resuelto y en base a esto determinar sus propiedades.
2. Considerar problemas modificados ligeramente:
   a) Seleccionar sub metas, y
   b) Descomponer el dominio del problema y trabajarlo caso por caso.
3. Considerar los problemas sustancialmente modificados:
   a) Diseñar un problema semejante con menos variables
   b) Fijar todas las variables, excepto alguna de ellas y analizar qué pasa, y
   c) Tratar cualquier problema relacionado que tenga semejanza con:
      i. la forma
      ii. los datos, y
      iii. las conclusiones.

- Verificar la solución

a) ¿Cumple la solución las siguientes pruebas?
b) ¿Usa los datos pertinentes?
c) ¿Concuerda con las predicciones o estimaciones originales?
d) ¿Resiste pruebas de simetría, dimensión, o escalas?
e) ¿Puede obtenerse de otro modo diferente?
f) ¿Puede ser reforzada con otros casos especiales?
g) ¿Puede reducirse a resultados conocidos?
h) ¿Puede ser generada a partir de algo que tú sabes?

Cada uno de los puntos anteriormente mencionados pueden servir de guía durante el proceso de resolución. Lo importante de este modelo es que el educando en el aprendizaje de las matemáticas diseñe un marco de referencia que le ayude a entender y resolver problemas matemáticos. Esto permite ajustarse al tipo de problema, evitando mecanicismos y utilizaciones rígidas del modelo propuesto (Schoenfeld citado por Santos, 1997: 66).

3.4.3. Modelo de Miguel de Guzmán

El modelo propuesto por Miguel De Guzmán, (1991) se basa las fases propuestas por Polya (1945), orientando y animando al resolutor a cumplir con su objetivo. De Guzmán en Hernández & Socas, 1994: 87) plantea cuatro fases junto a algunas sugerencias, estas son:

1. **Familiarizarse con el problema**
   a) Trata de entender a fondo la situación
   b) Con paz, con tranquilidad, a tu ritmo.
   c) Juega con la situación, enmárcala, trata de determinar el aire del problema.
2. **Búsqueda de estrategias**
   a) Empieza por lo fácil.
   b) Experimenta
   c) Hazte un esquema, una figura, un diagrama
   d) Escoge un lenguaje apropiado, una notación apropiada
   e) Busca un problema semejante
   f) Inducción
3. **Desarrollo de la estrategia**
   a) Selecciona y lleva adelante las mejores ideas que se te hayan ocurrido en la fase anterior.
   b) Actúa con flexibilidad.

c) No te frustres fácilmente[6]
d) No te obstines en una idea
e) Si las cosas se complican demasiado, probablemente hay otra vía
f) ¿Salió? ¿Seguro? Mira a fondo tu solución

4. **Revisión del proceso**
   a) Examina a fondo el camino que has seguido. ¿Cómo has llegado a la solución? O bien ¿Por qué no llegaste?
   b) Trata de entender no solo que la cosa funciona, sino ¿por qué? funciona
   c) Mira si encuentras un camino más simple
   d) Mira hasta donde llega el método
   e) Reflexiona sobre tu propio proceso de pensamiento y saca consecuencias para el futuro.

En la resolución de problemas matemáticos el educando puede encontrarse con distintos tipos de bloqueos ya sean de origen cultural, afectivo, cognoscitivo, etc. que pueden dificultar el desarrollo del problema. A pesar que estos bloqueos intervienen como una etapa más en la resolución, el estudiante debe superarlos, ya que la acumulación de estos pueden llevarle al fracaso, frustración o abandono de la tarea. Es por ello que De Guzmán en este modelo introduce refuerzos afectivos que ayudan a eliminar bloqueos y fomentar actitudes positivas en el educando (Blanco, 1996: 16).

3.4.4. Modelo PISA

En el marco teórico PISA (Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos) la actividad de matematización consiste en la resolución de problemas. Para Rico (2006: 287) el proceso utilizado es el siguiente:

1. **Fase de Matematización Horizontal**

[6] En el proceso de resolución de problemas planteado por Polya, en este punto consta *" No te arrugues fácilmente*", sin embargo para nuestro contexto se considera que la idea debería ser " No te frustres fácilmente", por eso me he permitido hacer este cambio sin afectar la idea inicial del autor.

Esta fase implica en traducir los problemas desde el mundo real al matemático, a través de actividades tales como:

a) “Identificar las matemáticas que pueden ser relevantes respecto al problema.
b) Representar el problema de modo diferente.
c) Comprender la relación entre los lenguajes natural, simbólico y formal.
d) Encontrar regularidades, relaciones y patrones.
e) Reconocer isomorfismos con otros problemas ya conocidos.
f) Traducir el problema a un modelo matemático.

2. **Fase de Matematización Vertical**

En esta fase el estudiante puede plantear cuestiones en las que utiliza conceptos y destrezas matemáticas. La *matematización vertical* incluye:

a) Utilizar diferentes representaciones
b) Usar el lenguaje simbólico, formal y técnico y sus operaciones.
c) Refinar y ajustar los modelos matemáticos, combinar e integrar modelos
d) Argumentar y generalizar.

3. **Fase de Validación y Reflexión**

En esta fase el educando reflexiona sobre todo el proceso y sus resultados, interpretando y validando el proceso con actitud crítica. Algunos aspectos de esta fase de validación y reflexión son:

a) Entender la extensión y límites de los conceptos matemáticos.
b) Reflexionar sobre los argumentos matemáticos y explicar y justificar los resultados.
c) Comunicar el proceso y la solución.

d) Criticar el modelo y sus límites.”[7]

3.4.5. Modelo de De Corte y Verschaffel

De corte y Verschaffl (1989) en Hernández & Socas (1994:88) han propuesto un modelo de resolución de problemas matemáticos verbales para sumas y restas que comprende cinco etapas:

1. Partiendo del enunciado del problema, el alumno construye una representación interna del problema en términos de conjuntos y relaciones entre estos conjuntos.
2. Sobre la base de esta representación, el resolutor elige la operación formal apropiada o la estrategia informal con el fin de encontrar el valor desconocido en la representación del problema.
3. Ejecuta la operación o acción seleccionada.
4. El resolutor vuelve a la representación inicial del problema, sustituye el elemento desconocido por el resultado que ha obtenido y formula la respuesta.
5. Se verifican las acciones seleccionadas con el fin de garantizar la corrección de las soluciones encontradas en la fase precedente.

Tomando en cuenta los métodos expuestos anteriormente se puede ver elementos comunes en los distintos procesos tales como, la comprensión clara del problema, la elaboración de una estrategia que permita llegar a la solución, la aplicación de la estrategia y finalmente cuestionarse y verificar el resultado obtenido.

A modo de conclusión, este capítulo se centró en conocer aspectos relevantes sobre la resolución de problemas matemáticos y plantear modelos para su resolución, con el fin de tener una variedad de herramientas para potenciar esta actividad resolutora en los educandos. Existen sin duda alguna muchos

[7] Rico, L. Marco teórico de la evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas: 275-294

métodos de resolución de problemas pero lo esencial es lograr la comprensión de cada uno para promover la puesta en práctica en el aula.

CONCLUSIONES

Lograr aprendizajes significativos implica interrelacionar los conocimientos previos y el conocimiento nuevo a través de situaciones que permitan una actitud favorable para el aprendizaje. Tener presente esta relación a lo largo de todas las fases del proceso de enseñanza-aprendizaje permite plantear en la etapa de aplicación actividades que exigen mayor nivel cognitivo. Esto se lo logra en la medida que se permita al estudiante conectar los conocimientos nuevos matemáticos con problemas de situaciones cotidianas, esta visión constructivista de las matemáticas es uno de los aspectos que justifican la resolución de problemas en la enseñanza de esta área.

En este mismo sentido, la Actualización y Fortalecimiento Curricular reconoce esta importancia, proponiendo que la resolución de problemas sea utilizada para aplicar y poner en práctica nuevos conocimientos adquiridos en una variedad de contextos cotidianos. Cabe destacar que para lograr este objetivo también plantea la necesidad de presentar problemas contextualizados que sirvan como medio para modelizar un determinado concepto matemático. Así, las destrezas con criterio de desempeño que trabajan la resolución de problemas lo hacen, unas, como una destreza a desarrollar, otras como un conocimiento a aprender y otras como un medio o fin a conseguir. El objetivo esencial es que la resolución de problemas se trabaje a lo largo de todo el proceso de aprendizaje y no de forma esporádica.

Teniendo presente el aprendizaje significativo y las exigencias de nuestro sistema educativo en relación a la resolución de problemas enfocarse en este proceso es esencial para el aprendizaje. Después de revisar los modelos matemáticos para la resolución de problemas se puede notar que estos permiten que el educando utilice conocimientos previos tales como: algoritmos, conceptos, problemas semejantes, experiencias cotidianas, entre otros, con el fin de relacionarlos y utilizarlos de forma pertinente para desarrollar estrategias cognitivas y metacognitivas que le lleven a la resolución.

El nivel de exigencia que cumple la resolución de problemas visto desde la etapa de aplicación le permite al estudiante sistematizar y organizar el conocimiento para enfrentarse y resolver situaciones problemáticas de la vida cotidiana.

El aprendizaje de la resolución de problemas es una necesidad latente en nuestro sistema educativo y se lo reconoce en nuestro referente curricular, sin embargo, resulta necesario estudiar el trabajo que realmente realizan los docentes y estudiantes dentro del aula de clases en relación a este tema, pues, como bien se dice, la teoría no refleja lo que sucede en la práctica.

BIBLIOGRAFÍA

Alvaro, M., Coll, C., & Palacios, J. (1990). Necesidades educativas especiales y Aprendizaje escolar. *Desarrollo psicológico y educación, III*.

Aragón, E., Castro, C., Gómez, B., & González, R. (Octubre de 2009). Objetos de aprendizaje como recursos didácticos para la enseñanza de las matemáticas. *Revista Apertura, 9*(11), 100-111.

Blanco, L. (1996). La resolución de Problemas. Una revisión teórica. *Suma 21*, 11-20.

Boscan, M., & Klever, K. (2012). Metodología basada en el método heurístico de Polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. *X*(2), 7-19.

Chamorro, M. (2005). *Didáctica de las matemática para primaria.* Madrid: Pearson Educación.

Chaves, E., Castillo, M., & Gamboa, R. (2008). Creencias de los estudiantes en los procesos de aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 3*(4), 36-37.

Coll, C. (1988). Significado y sentido en el aprendizaje escolar. *Infancia y aprendizaje*, 134-137.

De Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*(43), 19-58.

Díaz, F., & Hernández, G. (2015). Estrategia docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista. (M. G. Hill, Ed.)

Fernández, J. (2007). *Técnica creativas para la resolución de problemas matemáticos* (Segunda ed.). Madrid, España: Wolters Kluwer.

Font, V. (2006). Problemas en un contexto cotidiano. *Cuadernos de pedagogía*, 52-54.

Font, V., & Godino, J. (2006). La noción de conficuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educ. Mat. Pesqui, 8*(1), 67-98.

García, J. (2014). El contexto culturaly la resolución de problemas: vistos desde el salón de clases de una comunidad Ñuu Savi. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, VII*(1), 50-73.

Hernández, J., & Socas, M. (1994). Modelos de competencias para la resolución de problemas basados en los sistemas de representación en matemáticas. *I Seminario Nacional sobre Lenguaje y Matemáticas*, *16*, págs. 82-90.

Iriarte, A. (2011). Desarrollo de la competemcia resolución de problemas desde uan didáctica con enfoque matacognitivo. *Zona próxima*(15), 2-21.

Laboratorio latinoamericano de evaluación del la calidad de la educación XVII, r. d. (2015). Habilidades para la vida en las evaluaciones de matemática, (SERCE - LLECE). Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe, UNESCO.

Lamas. (2010). Una mirada actual al aprendizaje de las matemáticas. *Revista de psicologia*(12), 259-328.

Ministerio de Educación. (2010). *Actualización y Fortalecimiento de la Reforma Curricular.* Quito.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2013). Guia para la planificación microcurricular. *Boletín pedagógico. Dirección de cordinación educativa, zonal 6*(1), 1-29.

Ministerio de Educación y Ciencia. (2006). PISA: Programa para la evaluación internacuional de alumnos. *Revista de educación*, 275-294.

Montero, O., Hidalgo, R., Proenza, Y., Leyva, L., & Mulet, J. (2014). Consideraciones sobre el proceso de resolución de problemas en la escuela primaria. *Revista Didasc@lia: D&E, V*(1), 267-281.

Mora, F., & Barrantes, H. (2008). ¿Qué es matemática? Creencias y concepciones en la enseñanza media costarrisence. *Cuaderno de investigación y formación en educación matemática, III*(4), 71-78.

Moreira, M. (1997). Aprendizaje significativo:Un concepto subyacente. 2.

Pochulu, M., & Font, V. (Noviembre de 2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 14*(3), 361-394.

Santaolalla, E. (Octubre de 2009). Matemáticas y estilos de aprendizaje. *Revistas estilos de aprendizajes, II*(4).

Santos, M. (1997). Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matematicas. 53-70.

Santos, M. (2008). La resolución de problemas matemáticos: Avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. *Centro de investigación y estudios avanzados. Cinvestav-IPN*.

Sureda, P., & Otero, R. (2010). Teoremas en acto y praxeologías se los profesores de matemáticas. *Revista de Investigación, 34*(71), 37-38.

Yániz, C. (2006). Planificar la enseñanza Universitaria para el desarrollo de competencias. *Educatio siglo XXI*(24), 17-34.